**Chap 8 – Nombres complexes**

**Activité préparatoire 1 page 190**

Retour sur les différents ensembles de nombres N, Z, Q, R et introduction du nombre *i* comme solution de l’équation +1=0.

1. **Le nombre *i* et l*’*ensemble des nombres complexes**

On appelle *i* le « nombre imaginaire » tel que .

Ce nouveau nombre n’est pas un nombre réel car le carré d’un nombre réel est toujours positif ou nul.

*Histoire : L’invention du nombre i date du début du XVIe siècle avec la découverte de la résolution des équations du 3e degré par Tartaglia (mais publiée par Cardan). Ce nombre, d’abord noté , fut noté i pour la première fois par Euler en 1777.*

1. **L’ensemble des nombres complexes**

On décide d’utiliser le nouveau nombre *i* avec tous les nombres réels en le combinant avec eux avec les opérations habituelles (addition, soustraction, multiplication et division).

**On appelle ensemble des nombres complexes, noté C, l'ensemble de tous les nombres de la forme *a*+*bi* où *a* et *b* sont des nombres réels quelconques.**

Exemples : =2+5*i*, =3−*i* sont des nombres complexes

Dans l’écriture *z*=*a*+*bi*, on dit que :

* ***a*** est la **partie réelle** de *z*
* ***b*** est la **partie imaginaire** de *z*

Lorsque la partie réelle de *z* est nulle, on dit que *z* est un imaginaire pur. Exemple : *z*=5*i*

Lorsque la partie imaginaire de *z* est nulle, on dit que *z* est un réel pur. Exemple : *z*=-5. On est ainsi amené à dire que l’ensemble des nombres réels est inclus dans l’ensemble des nombres complexes :

**Les nombres complexes dont la partie imaginaire est nulle (*a*=0), sont des nombres réels. R┤C**

**Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes parties imaginaires et réelles.**

***a*+*bi*=*a′*+*b′i*     *ñ*     *a*=*a′b*=*b′***

1. **Opérations sur les nombres complexes**

Les nombres complexes peuvent utiliser les opérations habituelles avec les mêmes règles que dans R. Il y a simplement une nouvelle règle à respecter :

* 1. **Addition de 2 nombres complexes**

Exemple : =2+5*i* =3−*i* +=(2+5*i*)+(3−*i*)=2+5*i*+3−*i*=5+4*i*

* 1. **Soustraction de 2 nombres complexes**

Exemple : =2+5*i* =3−*i* +=(2+5*i*)−(3−*i*)=2+5*i*−3+*i*=-1+6*i*

* 1. **Multiplication de 2 nombres complexes**

Exemple : =2+5*i* =3−*i* =(2+5*i*)(3−*i*)=6−2*i*+15*i*−

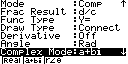
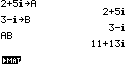
=6−2*i*+15*i*−5(-1)

=6−2*i*+15*i*+5

Vérification à la calculatrice :

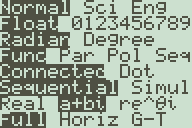
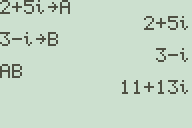
Sur les calculatrices Casio :

MENU 1 SETUP Calculs

Sur les calculatrices Texas :

Mode Calculs

***Exercices 1-4 page 208***

Pour la division de 2 nombres complexes, c'est un peu plus compliqué … nous verrons cela un peu plus loin.

1. **Conjugué d’un nombre complexe**

On appelle conjugué du nombre complexe *z*=*a*+*bi*, le nombre complexe

Premières propriétés :

si *z*=*a*+*bi*, alors :

* *z*+=2*a*. Le nombre *z*+ est toujours un nombre réel.
* *z*−=2*bi*. Le nombre *z*− est toujours un nombre imaginaire pur.
* *z*=(*a*+*bi*)(*a*−*bi*)=−=+. Le nombre *z* est toujours un nombre réel.

Conséquences :

Si *z*=*a*+*bi* et si *z*ý0, alors ==.

Si *z*=*a*+*bi* et si *z′*=*a′*+*b′i* et si *z′*ý0, alors :

Les 2 égalités encadrées ci-dessus permettent donc de calculer respectivement l*’*inverse d*’*un nombre complexe non nul et le quotient de 2 nombres complexes.

***Exercices 5-6-7 page 208-209***

Autres propriétés du conjugué :

* =+*′*
* =−*′*
* =*′*
* =

***Exercice 15 page 209***

1. **Représentation géométrique d’un nombre complexe**
   1. **Affixe d’un point du plan**

Nous savons que l’ensemble des nombres réels peut être représenté par une droite munie d’un repère :



Tout nombre réel *x* peut être associé à un point *M* unique sur la droite.

De la même façon, nous pouvons représenter l’ensemble des nombres complexes par un plan muni d’un repère :



Tout nombre complexe *z*=*a*+*bi* peut être associé à un point *M* unique, de coordonnées dans le plan. On dit que **le point *M* a pour affixe *a*+*bi***

* 1. **Affixe d’un vecteur**

Dans le plan complexe d’origine *O*, on appelle affixe d’un vecteur , le nombre complexe *Z*=*a*+*bi*.

Si on a 2 vecteurs et ′, alors on sait que +′ a pour coordonnées .

On remarque alors que +=(*a*+*bi*)+(*a*′+*b*′*i*)=(*a*+*a*′)+(*b*+*b*′)*i*.

**L’addition vectorielle correspond à l’addition des complexes.**

Si *M* et *M*′ sont 2 points du plan complexe, alors on sait que .

On remarque que :

* 1. **Module d’un nombre complexe**

On appelle module d’un nombre complexe *z*=*a*+*bi* le nombre

Exemples :

* |2−5*i*|===
* ===1
* ===3
* ===5
* ===7

Propriétés :

* Le module d’un nombre réel ***se confond avec la valeur absolue*** de ce nombre.
* Le module d’un nombre complexe est un ***nombre réel positif***
* Pour tout point *M* d’affixe *z*, on a : =*OM*=
* =×
* =
* Â+
* =*M*′*M*
* =
  1. **Argument d’un nombre complexe non nul**

Soit *z* un nombre complexe non nul, d’image *M* dans le plan complexe de repère

On appelle argument du nombre complexe *z*, toute mesure en radians de l’angle (;).

Si on pose *z*=*a*+*bi* et si θ est un argument de *z* alors on a : ou



Exemples :

* *z*=1+*i*. On a : ==

Donc, un argument θ de *z* est tel que : , soit

* *z*=-3. On a : =3, donc si *θ*=(*z*), alors , soit
  1. **Forme trigonométrique d’un nombre complexe non nul**

Si *z* est un nombre complexe défini par *z*=*a*+*bi* et si =*ρ* et arg(z)=θ, alors :

On peut donc écrire : ou encore

On appelle cette forme, la forme trigonométrique de *z*.

On écrit parfois :