**Exercices du livre**

**n° 2 Page 208**

Soit les nombres complexes *z*=4−2*i* et *z*′=-2−5*i*.

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique *a*+*bi* :

1. *z*+*z*′
2. 2*z*−4*z*′
3. *z*×*z*′
4. (-2−*z*)(3−4*z*′)

**Solution :**

1. *z*+*z*′=(4−2*i*)+(-2−5*i*)=2−7*i*
2. 2*z*+4*z*'=(8−4*i*)+(-8−20*i*)=-24*i*
3. *z*×*z*′=(4−2*i*)(-2−5*i*)=-8−20*i*+4*i*+=-18−16*i*
4. ==4+20*i*+=-21+20*i*
5. =(4−2*i*)=(4−2*i*)=(12−16*i*)(4−2*i*)=8(3−4*i*)(2−*i*)

 =8=8(2−11*i*)=16−88*i*

1. (-2−*z*)(3−4*z*′)=(-2−(4−2*i*))(3−4(-2−5*i*))=(-6+2*i*)(11+20*i*)

 =-66−120*i*+22*i*+=-106−98*i*

**n° 4 page 208**

Soit le nombre complexe *z*=-+*i*.

Mettre sous la forme algébrique *a*+*bi* le nombre complexe 1+*z*+.

**Solution :**

*z*=-+*i*. Donc =−2××*i*+, soit =−*i*−=-−*i*

On en déduit :

**n° 5 page 208**

On a : *z*=2−3*i* et *z*′=-4−*i*

**n° 6 page 209**

Soit les nombres complexes *z*=2−5*i* et *z*′=-1−2*i*.

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique *a*+*bi* :

1. b) c) d)

**Solution :**

1. ====
2. =====
3. ====
4. =====

**n° 7 page 209**

Mettre sous forme algébrique *a*+*bi* les nombres complexes suivants :

1. b) -1+ c)

**Solution :**

1. ===+*i*
2. -1+=-1+=-1−
3. ===

**n° 9 page 209**

Résoudre dans C l’équation d’inconnue *z* : (-4−*i*)*z*+3−5*i*=0

**Solution :**

L’équation (-4−*i*)*z*+3−5*i*=0 équivaut successivement à : (-4−*i*)*z*=-3+5*i*

**n° 10 page 209**

Déterminer le nombre complexe , solution de l’équation : *z*+1=(*z*−1)(1+*i*)

**Solution :**

On commence par développer le membre de droite : *z*+1=*z*+*iz*−1−*i*

 *z*−*z*−*iz*=-1−1−*i*

 -*iz*=-2−*i*

 *z*==

**n° 14 page 209**

 Déterminer les 2 nombres complexes et tels que

**Solution :**

Par soustraction, membre à membre, on obtient l’équation : −=*i*−0

donc : =*i*

donc : ==+*i*

On reporte ce résultat dans la première équation : 2+=*i*

=*i*−−*i*

 =-+*i*

Finalement, le système a pour solution

**n° 15 page 209**

Déterminer le conjugué du nombre complexe *z*=.

**Solution :**

On peut faire le calcul directement à la machine : 

On peut aussi faire le calcul (plus ou moins) en détail :

*z*======

*z*=−=-−*i*

Donc

**n° 18 page 210**

Déterminer le module et un argument des combres complexes suivants (valeurs exa ctes) :

1. *z*=1+*i*
2. *z*=-5*i*
3. *z*=-1
4. *z*=1+*i*
5. *z*=+*i*
6. *z*=cos+*i*sin

**Solution (à la machine)** :







**Exercice (hors livre)**

Résoudre dans C les équations ou systèmes d’équations suivants :

1. (2−*i*)*z*+5−2*i*=0
2. 3*z*−2*iz*=*iz*−5*i*

**Solution :**

1. L’équation donnée peut s’écrire successivement :

(2−*i*)*z*=-5+2*i* *z*= finalement :

1. L’équation devient :

3*z*−2*iz*−*iz*=-5*i*

*z*(3−2*i*−*i*)=-5*i*

*z*(3−3*i*)=-5*i*

*z*= Finalement :

1. La première équation du système équivaut à :

=+2

On déduit : =+1 ou encore : =-+

On remplace alors, dans la seconde équation, par ce résultat :

+=1−2*i*

*i*+=1−2*i*

-+*i*+=1−2*i*

+=1−2*i*−*i*

(1+1+*i*)=1−*i*

=1−4,5*i*

**n° 18 page 210**

Déterminer le module et un argument des nombres complexes suivants :

1. *z*=1+*i*
2. *z*=-5*i*
3. *z*=-1
4. *z*=1+*i*
5. *z*=+*i*
6. *z*=cos+*i*sin
7. *z*=1+*i* On a : ==

 donc donc

1. *z*=-5*i*. On a : ==5

 donc donc

1. *z*=-1. On a : ==1

 donc

1. *z*=1+*i*. On a : ==2

**n° 20 page 210**

Passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique.

Calculer le module et un argument du nombre complexe *z* et en déduire sa forme trigonométrique.

1. *z*=-1+*i*
2. *z*=2−2*i*
3. *z*=–*i*
4. *z*=-7*i*
5. *z*=-4
6. *z=2*

**Solution :**

1. == et *arg*(-1+*i*)=

Donc la forme trigonométrique de *z* est : *z*= ou *z*=

1. réponse : 2−2*i*=2=
2. de même : =2 et *arg*=-, donc −*i*=
3. de même : =7 et *arg*(-7*i*)=- donc -7*i*=
4. de même : =4 et arg(-4)=π, donc -4=
5. de même : =2 et *arg*(2)=0, donc 2=

**n° 25 page 211**

Passage de la forme trigonométrique à la forme algébrique.

1. ρ=3 et *θ*=
2. *ρ*=2 et *θ*=-
3. *ρ*=*1* et *θ*=
4. *ρ*=1 et *θ*=

**Solution :**

1. La forme algébrique est : *z*=3=3=+*i*
2. De même : =2=–*i*
3. de même : =cos+*i*sin=+*i*
4. de même : =cos+*i*sin=-−*i*

**Algorithme : passage de la forme *a*+*bi* à la forme**

**Algorithme : passage de la forme à la forme *a*+*bi***

 **n° 27 page 211**

1. Déterminer les nombres complexes et tels que :
2. Déterminer le module et un argument de et de

**Solution :**

1. On peut isoler dans la seconde équation : =−

On reporte ce résultat dans la première équation : -+=-1

 -*i*+=-1

 -+*i*+=-1

 =-1−*i*

On peut alors calculer : =−

 =*i*−

 =-*i*+−

1. On a : et .

De même : et

**n° 30 page 211**

Soit *A* et *B* les points d’affixes respectives 2+3*i* et -1+2*i*

Quelle est l’affixe du milieu *I* de [*AB*]

**Solution** :

On sait que =

On en déduit : =

 =(2+3*i*−1+2*i*)

 =(1+5*i*)

**n° 32 page 211**

Dans le plan complexe muni d’un repère orthonormé , on considère les trois points *A*, *B* et *C* d’affixes respectives 2−*i*, -1+2*i* et 5+*i*

Déterminer l’affixe du point *D* tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

Vérifier sur un graphique.

**Solution :**

On sait que *ABCD* est un parallélogramme si et seulement si =

On en déduit : −=−

donc : =+−

 =+−(-1+2*i*)

Vérification :



**n° 36 page 212**

Soit les points *A* et *B* d’affixes respectives 3−2*i* et 1+*i*. Calculer la distance *AB*

**Solution :**

*AB*=

*AB*=

*AB*=

*AB*=

*AB*=

**n° 37 page 212**

Les points *A* et *B* ont pour affixes respectives 1−3*i* et 2+*i*. Calculer la distance *AB*

**Solution :**

**n° 39 page 212**

Les points *A*, *B* et *C* ont pour affixes respectives 1+*i*; 4+2*i*; 2+4*i*

Calculer l’affixe des vecteurs et . En déduire les distances *AB* et *AC*.

Que peut-on dire du triangle *ABC* ?

**Solution :**

L’affixe de est =−. Donc l’affixe de est (4+2*i*)−(1+*i*)=3+*i*.

De même, l’affixe de est −, soit (2+4*i*)−(1+*i*)=1+3*i*.

On en déduit : *AB*====

 *AC*====

**n° 40 page 212**

Le plan complexe est muni du repère orthonormé (unité graphique : 1 cm)

1. Placer sur une figure les points *A*, *B* et *C* d’affixes respectives =2*i*, =3−2*i* et =4+3*i*
2. Calculer la valeur exacte de la longueur de chacun des 3 côtés du triangle *ABC*.

**Solution :**

1. Figure
2. Calcul des distances *AB*, *AC* et *BC* :

*AB*====5

*AC*===

*BC*===

Remarque : le triangle *ABC* n’est pas isocèle.

**n° 44 page 212**

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé on considère les points *A*, *B*, *C*, *D* et *E* d’affixes respectives 1, *i*, -2, -2*i* et 4.

1. Placer les points *A*, *B*, *C*, *D* et *E* et tracer les segments [*AB*], [*BC*], [*CD*] et [*DE*].
2. Calculer les affixes des vecteurs , , et .
3. Calculer les distances *AB*, *BC*, *CD* et *DE*.

Montrer que ces 4 distances sont, dans l’ordre où elles sont écrites, 4 termes d’une suite géométrique de raison .

**Solution :**

1. Figure



1. Calcul des affixes de , , et .

 a pour affixe −, soit −1=1−*i*.

 a pour affixe −, soit (-2)−=-2−*i*

**Exercice (idem devoir n° 11) avec 3 points *A*, *B* et *C* d’affixes =3−2*i*, =-1+*i* et =8+2*i***

1. Figure
2. Calculer les affixes de et puis en déduire les coordonnées de ces êmes vecteurs.

L’affixe de est -

ce qui donne : (-1+*i*)−(3−2*i*)

ou encore :

Donc

De même l’affixe de est :

=−

=(8+2*i*)−(3−2*i*) soit

Donc le vecteur a pour coordonnées

1. Calcul de .

On sait que si et alors .=*xx*′+*yy*′

Ici : et . Donc

1. Calcul de et de

======5

====

Ces nombres représentent les distances *AB* et *AC*.

1. Calcul de cos puis de l’angle

On sait que : .=*AB*×*AC*×cos

donc :

donc :

1. Calcul de l’aire du triangle *ABC*

On utilise la formule de Héron : *S*= avec *P*=



**Exercice d'algorithmique**

1. Ecrire un algorithme qui demande, en entrée, les affixes de 3 points *A,* *B* et *C* et qui affiche , en sortie, les longueurs des 3 côtés et l’aire du triangle *ABC*. (on utilisera la formule de Héron)
2. Traduire cet algorithme pour une calculatrice Casio.

**Solution :**

1. Algorithme :

 Début

 Lire , et

 *AB* prend pour valeur le module de c’est-à-dire

 *AC* prend pour valeur

 *BC* prend pour valeur

 *P* prend pour valeur (*P* est le demi-périmètre)

 Aire prend pour valeur

 Afficher *AB*, *AC*, *BC* et Aire

 Fin

1. Programme



Exemple d’utilisation du programme avec :

 

Le même programme sur une Ti-83 Premium CE :

a+b*i*

Input "Affixe de A ",A

Input "Affixe de B ",B

Input "Affixe de C ",C

abs(B-A)→D

abs(C-A)→E

abs(C-B)→F

(D+E+F)/2→P

√(P(P-D)(P-E)(P-F))→S

EffÉcran

Output(1,1,"A"):Output(1,6,A)

Output(2,1,"B"):Output(2,6,B)

Output(3,1,"C"):Output(3,6,C)

Output(4,1,"AB="):Output(4,6,D)

Output(5,1,"AC="):Output(5,6,E)

Output(6,1,"BC="):Output(6,6,F)

Output(7,1,"Demi-périmètre"):Output(7,17,P)

Output(8,1,"Aire "):Output(8,17,S)

Output(9,1,"Appuyer sur entrer")

Repeat K=105

getKey→K

End

EffÉcran

 